
MATEMATICKÁ OLYMPIÁDA 2024/2025

Zadania úloh krajského kola kategórie A

- 1 Nech a a b sú navzájom rôzne reálne čísla také, že výrazy $a^3 + b$ a $a + b^3$ majú rovnakú hodnotu. Dokážte, že platí

$$-1 \leq ab < \frac{1}{3}.$$

- 2 Prebieha online hlasovanie medzi variantmi A a B. Predtým, ako Pavol hlasoval, bol počet percent hlasov za variant A rovný kladnému celému číslu. Pavlovým hlasom sa toto číslo zväčšilo presne o 1. Dokážte, že Pavlov hlas bol devätnástym hlasom za variant A.
- 3 V tíme je sedem hráčov. V každom kole turnaja ich päť hrá a dvaja sedia na tribúne. Dokážte, že nezávisle od (kladného) počtu kôl aj výberu päťíc je možné na konci turnaja nájsť dvoch hráčov, ktorí boli spolu (či už na ihrisku, alebo na tribúne) vo viac ako polovici kôl.
- 4 Nech BC je úsečka. Uvažujeme všetky ostrouhlé trojuholníky ABC také, že $|\sphericalangle BAC| = 45^\circ$. V každom takomto trojuholníku označíme D a E postupne body strán AB a AC také, že priamka BC je spoločnou dotyčnicou kružníc opísaných trojuholníkom ACD a ABE . Päť kolmíc z bodov D a E na priamku BC označíme postupne P a Q . Dokážte, že existuje bod X neležiaci na priamke BC taký, že veľkosť uhla PXQ nezávisí od polohy bodu A .
-

Krajské kolo MO kategórie A sa koná v **utorok 14. januára 2025** spravidla od **8:30** do **12:30**. Súťažiaci teda majú na riešenie úloh 4 hodiny čistého času.

Za každú úlohu môže súťažiaci získať 6 bodov. Úspešným riešiteľom je ten žiak, ktorý získa 10 alebo viac bodov. Počas súťaže nie je dovolené použiť kalkulačky ani žiadne iné elektronické prístroje a žiadne písomné materiály. Tieto údaje sa žiakom oznámia pred začiatkom súťaže.

Riešenia úloh budú v deň súťaže od 14:30 dostupné na internetových adresách www.olympiady.sk a skmo.sk.

- vydali: Slovenská komisia MO a NIVAM – Národný inštitút vzdelávania a mládeže
 - autorka z SK MO: Jana Kopfová
 - recenzenti: Peter Novotný, Stanislav Krajčí
 - preklad: Peter Novotný
-