

66. ročník Fyzikálnej olympiády

v školskom roku 2024/2025

domáce kolo kategória B

text úloh

1. Diera v sude

V dielni do veľkého zvislého valcového suda s priemerom podstavy D a výškou H naliali naftu s hustotou ρ do výšky h_0 . K hornému okraju suda pripevnili rovinné veko, ktoré sud hermeticky uzatvorilo. V dne suda otvorili malý kruhový otvor s priemerom $d \ll D$, ktorým začali naftu vypúšťať.

- Určte objemový prietok Q_{v0} nafty tesne po otvorení otvoru.
- Určte celkový objem V_{nc} nafty, ktorá zo suda vytekla, ak nechali otvor otvorený. Akú časť η pôvodného objemu V_{n0} nafty v sude tento objem V_{nc} predstavuje?
- Určte výšku h_1 hladiny nafty v sude, keď objemový prietok vytekajúcej nafty poklesol na hodnotu $Q_{v1} < Q_{v0}$.

Úlohu riešte všeobecne a potom pre hodnoty: $D = 80$ cm, $H = 200$ cm, $\rho = 800$ kg·m⁻³, $h_0 = 150$ cm, $d = 15$ mm, atmosférický tlak $p_0 = 100$ kPa, $g = 9,81$ m·s⁻², $Q_{v1} = 30$ litrov/min.

Predpokladajte, že ide o ideálnu kvapalinu (neuvažujte viskozitu) a otvorom v dne sa pri vytekaní nafty zo suda nedostávajú bubliny vzduchu. Teplota v dielni aj vo vnútri suda je stála 20 °C.

2. Mesiac

Študent gymnázia rád pozoruje Vesmír a zároveň ho baví hľadanie rôznych neobvyklých riešení fyzikálnych problémov. Z merania poznal dobu medzi dvomi splnmi Mesiaca (synodický mesiac). Rozhodol sa však, že túto dobu určí bez toho, aby musel čakať celú dobu od splnu do splnu.

Vychádzal z nasledujúcich informácií: Jeden rok trvá 365,25 dňa a deň 24 hodín, priemer Mesiaca $D_M = 3476$ km, priemer Zeme $D_Z = 12756$ km, pomer hmotností Mesiaca a Zeme $p = 0,0123$ a intenzita gravitačného poľa na povrchu Zeme (gravitačné zrýchlenie) $g = 9,81$ N·kg⁻¹.

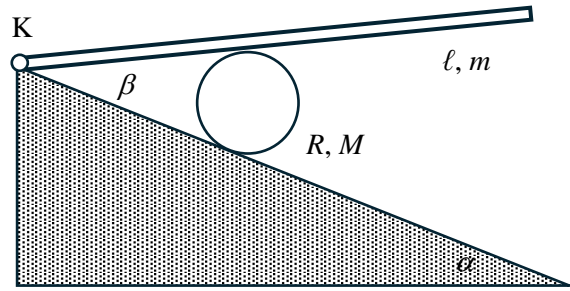
Potom zoberal fotoaparát s ohniskovou vzdialenosťou 55 mm vyfotografoval Mesiac v splne na polovodičový čip fotoaparátu s rozmermi 22,3 × 14,9 mm. Zo záznamu vytlačil fotografiu s rozmermi 183,8 × 122,8 mm. Zmeral priemer obrazu Mesiaca na fotografii $d = 4,1$ mm.

- Akú vzdialenosť Mesiaca od Zeme zistil?
- Mesiac a Zem obiehajú okolo spoločného hmotného stredu. Aký je polomer r_M kružnicovej trajektórie Mesiaca v ťažiskovej sústave Mesiac-Zem?
- Určte siderickú dobu T_M obehu Mesiaca (vzhľadom na hviezdy).
- Určte synodickú dobu T_M^* obehu Mesiaca (vzhľadom na pozorovateľa na Zemi).

Objektív považujte za tenkú šošovku. Vzhľadom na vzdialenosť Z-M polomery Zeme i Mesiaca považujte za zanedbateľne malé.

3. Statická rovnováha

K naklonenej ploche s uhlom sklonu α je na hornom konci pomocou kĺbu K pripevnená homogénna tyč s dĺžkou ℓ a hmotnosťou m . Tyč je okolo vodorovnej osi kĺbu voľne otáčavá. Medzi tyč a naklonenú plochu je položený homogénny valec s polomerom R a hmotnosťou M , obr. B-1. Faktor trenia medzi valcom a tyčou je f_1 a medzi valcom a naklonenou plochou f_2 .



Obr. B-1

- Do obrázku nakreslite sily pôsobiace na valec a na tyč.
- Pre stav statickej rovnováhy vyjadrite sily trenia a tlakové sily medzi valcom a naklonenou plochou a valcom a tyčou.
- Určte interval uhlu β , v ktorom zostáva valec v stave statickej rovnováhy. Úlohu riešte graficky zobrazením príslušných veličín ako funkcií uhlu β .
- Zistite, či zostane valec v rovnováhe pre uhly $\beta_1 = 10^\circ$, $\beta_2 = 30^\circ$, $\beta_3 = 50^\circ$ a $\beta_4 = 60^\circ$.

Časti a) a b) riešte všeobecne a časti c) a d) pre hodnoty: $m = 1,20$ kg, $M = 400$ g, $\ell = 80$ cm, $R = 10$ cm, $\alpha = 30^\circ$, $g = 9,81$ m·s⁻², $f_1 = 0,60$, $f_2 = 0,55$.

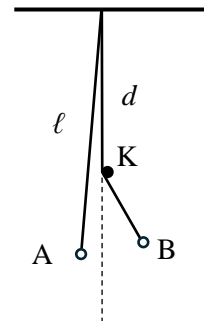
4. Kyvadlo s prekážkou

Na tenkej niti je zavesená malá oceľová guľôčka. Po malom vychýlení z rovnovážnej polohy guľôčka kmitá okolo rovnovážnej polohy s periódou T_0 .

- Určte dĺžku ℓ nite.

Potom umiestnime pod bod závesu vo vzdialenosti d vodorovný kolík K, obr. B-2, ktorý pri pohybe guľôčky zadrží vlákno.

- O aký uhol φ_1 môžeme vychýliť niť do polohy A, aby za prekážkou niť zvierala so zvislým smerom uhol $\varphi_2 < \varphi_0 = 5,0^\circ$? Určte v tomto prípade periódou T_1 periodického pohybu guľôčky.
- Určte maximálny uhol φ_3 vychýlenia nite do polohy A, aby guľôčka vykonávala po uvoľnení periodický pohyb.
- Určte začiatočnú výchylku φ_4 nite do polohy A, aby sa guľôčka dostala po kružnici nad prekážku K.



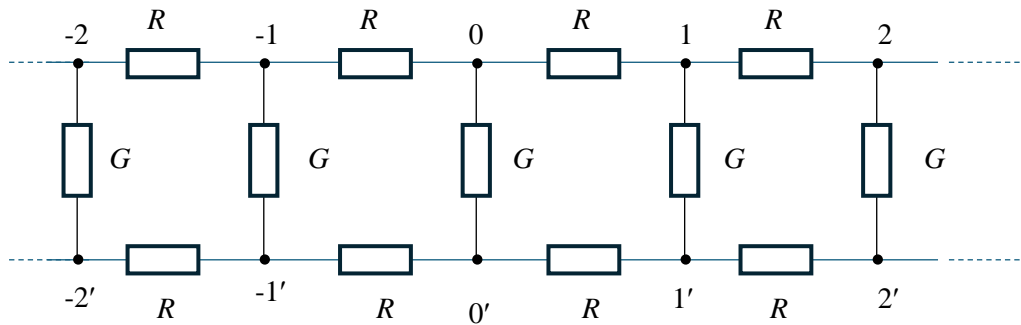
Obr. B-2

Úlohu riešte všeobecne a potom pre hodnoty: $T_0 = 1,00$ s, $g = 9,81$ m·s⁻², $d = 15,0$ cm.

Rozmery guľôčky, priemer kolíka a hmotnosť nite neuvažujte.

5. Reťazec rezistorov

Dlhé elektrické vedenie konštantného prúdu možno približne nahradiť dlhým reťazcom rezistorov, obr. B-3. Rezistory s odporom R predstavujú odpor vodičov vedenia a rezistory s vodivosťou G priečny zvod medzi vodičmi. Každý článok reťazca nahrádza úsek vedenia s dĺžkou $L = 1,0$ km.



Obr. B-3

Medzi uzly 0-0' pripojíme ideálny zdroj konštantného napätia U_0 .

- Určte prúd I_0 a výkon P zdroja dodávaný do vedenia.
- Určte napätie U_n na vedení vo vzdialenosti ℓ od zdroja.
- Určte výkon P_1 dodávaný zdrojom do pravej vetvy vedenia a aká časť k (v %) tohto výkonu sa premení na teplo na úseku vedenia od uzlov 0-0' do vzdialenosti ℓ .

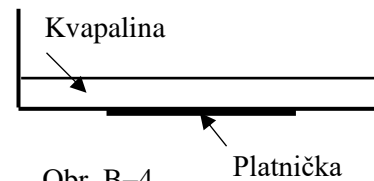
Úlohu riešte všeobecne a potom pre hodnoty veličín: $U_0 = 400$ V, $R = 0,12$ Ω , $G = 2,1$ mS, $\ell = 10$ km.

6. Elektrostriktcia

Elektrostriktcia je fyzikálny jav, pri ktorom vplyvom vonkajšieho elektrického poľa dochádza k deformácii dielektrik. Tento jav sa využíva napr. na jemné nastavenie polohy hrotu tunelového mikroskopu s nanometrovou presnosťou, alebo ku generovaniu ultrazvuku pomocou kryštálu vloženého do striedavého elektrického poľa.

Ako príklad uvažujme vplyv elektrického poľa na hladinu dielektrickej kvapaliny v nádobe.

Na spodnú stranu sklenenej misky s veľmi tenkým vodorovným dnom s priemerom D priložíme vodivú kruhovú platničku s priemerom $d < D$, obr. B-4. Do misky nalejeme tenkú vrstvu dielektrickej kvapaliny s hrúbkou $h \ll d$ a relatívnou permitivitou ϵ_r .



Obr. B-4

Potom platničku nabijeme elektrickým nábojom Q . Pre jednoduchosť predpokladajte, že náboj sa rozloží na platničke rovnomerne.

Zistite, ako ovplyvní prítomnosť náboja hladinu kvapaliny v nádobe a určte zmenu hrúbky kvapaliny nad platničkou.

Elektrické pole v kvapaline nad platničkou považujte za homogénne a v kvapaline mimo platničku za nulové.

Úlohu riešte všeobecne a potom pre hodnoty veličín: hustota kvapaliny $1,00 \times 10^3$ kg·m⁻³, relatívna permitivita kvapaliny $\epsilon_r = 81$, $D = 100$ mm, $d = 60$ mm, elektrická konštanta $\epsilon_0 = 8,85 \times 10^{-12}$ F·m⁻¹, tiažové zrýchlenie $g = 9,81$ m·s⁻², náboj $Q = 100$ nC.

Vplyv sklenenej vrstvy dna neuvažujte.

7. Avogadrova konštanta – experimentálna úloha

Experimentálne overenie Avogadrovej konštanty pomocou elektrolyzy a galvanického pokovovania.

- a) Odvodte 1. Faradayov zákon elektrolyzy a vyjadrite Avogadrovu konštantu pomocou hmotnosti kovu vylúčeného z roztoku soli na katóde.
- b) Zmerajte hmotnosť kovu vylúčeného v dôsledku elektrolyzy na katóde a určte Avogadrovu konštantu.

Postup:

1. Pripravte roztok CuSO_4 (modrá skalica) vo vode s molárnou koncentráciou približne 1 mol/liter.
2. Pripravte dve kovové elektródy – najlepšie dva medené, hliníkové alebo nerezové tenké plechy s rozmermi približne 5 cm × 8 cm (možno použiť aj kovové elektródy zložitejšieho tvaru,).
3. Elektródy starostlivo očistite a katódu zvažte na laboratórnych váhach s presnosťou na mg.
4. Elektródy pripojte k zdroju konštantného elektrického napätia pomocou krokosvoriek a ponorte ich do roztoku tak, aby svorky boli nad hladinou roztoku.
5. Odhadnite obsah ponorenej časti katódy a určte prúd I obvodu, tak aby bola prúdová hustota na povrchu elektródy 20 až 50 mA/cm².
6. Elektródy pripojte k zdroju cez reostat a ampérmeter, nastavte vypočítaný prúd I a udržiavajte ho rovnaký počas celej elektrolyzy.
7. Pre vypočítaný prúd určte čas t potrebný na vylúčenie medi s hmotnosťou m najmenej 100× väčšej, ako je presnosť použitých váh (napr. 100 mg, ak váhy merajú s presnosťou na 1 mg), ak poznáte hmotnosti jedného atómu medi m_{Cu} a mocenstvo iónu Cu^{++} .
8. Elektrolytom nechajte prechádzať vypočítaný elektrický prúd I po vypočítanú dobu t .
9. Po vypnutí prúdu vyberte katódu, miernym prúdom vody opláchnite a osušte ju tak, aby sa nanosená med' neotrela (najlepšie sušičom na vlasy).
10. Potom katódu zvažte a určte hmotnosť m vylúčenej medi.

Na základe meraní určených hodnôt I , t a m vypočítajte hodnotu Avogadrovej konštanty. Vypočítanú hodnotu porovnajte s tabuľkovou hodnotou a určte relatívnu odchýlku vypočítanej hodnoty od hodnoty tabuľkovej.

Fyzikálna olympiáda – 66. ročník – úlohy domáceho kola kat. B

Návrh a úprava úloh: Lubomír Konrád, Ivo Čáp
Recenzia úloh: Lubomír Mucha, Aba Teleki
Redakcia: Ivo Čáp
Úlohy preložil: Aba Teleki
Vydalo: Slovenská komisia fyzikálnej olympiády
Národný inštitút vzdelávania a mládeže, Bratislava 2024