
MATEMATICKÁ OLYMPIÁDA 2024/2025

Zadania úloh domáceho kola kategórie C

- 1 Obdĺžnikový list papiera s rôznymi rozmermi a a b preložíme tak, že jeden z jeho rohov splynie s protíľahlým. Dokážte, že obsah vzniknutého päťuholníka je z intervalu $(\frac{1}{2}ab, \frac{3}{4}ab)$.
(Josef Tkadlec)
- 2 Nech a a b sú prirodzené čísla také, že $a > b$, $a + b$ je deliteľné 9 a $a - b$ je deliteľné 11.
a) Určte najmenšiu možnú hodnotu čísla $a + b$.
b) Dokážte, že čísla $a + 10b$ a $b + 10a$ sú deliteľné 99.
(Jaromír Šimša)
- 3 Ktoré obdĺžniky $a \times b$, pričom $a \leq b$, sa dajú rozdeliť na štvorce 1×1 pomocou práve 110 úsečiek jednotkovej dĺžky?
(Josef Tkadlec)
- 4 Šachovnicovo ofarbenú tabuľku 4×4 s čiernym ľavým horným políčkom vyplňame jednotkami a nulami. V každom štvorci 2×2 , ktorý má čierne ľavé horné políčko, sú 2 nuly a 2 jednotky. Koľkými rôznymi spôsobmi je možné tabuľku vyplniť?
(Ján Mazák)
- 5 Nech P a Q sú postupne stredy strán BC a AC trojuholníka ABC . Nech rovnobežka s AC prechádzajúca stredom K úsečky PQ pretína priamku BQ v bode L a priamka PL pretína úsečku AC v bode M . Dokážte, že M je stred úsečky AQ .
(Jaroslav Švrček)
- 6 Štvorciferné číslo \overline{abcd} s nenulovými ciframi nazveme *zrkadliteľné* práve vtedy, keď pripočítaním 9-násobku nejakého trojciferného čísla zapísaného pomocou troch rovnakých cifier vznikne číslo \overline{dcba} . Koľko zrkadliteľných čísel existuje?
(Mária Dományová, Patrik Bak)

Termín odovzdania riešení: **21. 1. 2025**

Slovenská komisia Matematickej olympiády

Vydal: NIVaM – Národný inštitút vzdelávania a mládeže, Bratislava, 2024