

**66. ročník Fyzikální olympiády**  
v školskom roku 2024/2025  
domáce kolo kategória A  
text úloh

**1. Raketa**

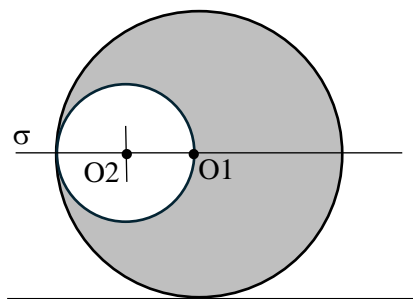
Uvažujme plán vyslania sondy mimo Slnecnú sústavu. Raketu treba najprv vyniesť na kružnicovú obežnú dráhu vo výške  $h_0 = 200$  km nad povrchom Zeme.

- a) Určte rýchlosť  $v_1$  na tejto orbite vzhľadom na Zem.
- b) Aká je optimálna rovina obežnej trajektórie pre štart do priestoru mimo Slnecnú sústavu. Na akú rýchlosť  $v_2$  vzhľadom na Slnko treba raketu urýchliť, aby bola schopná voľným pohybom uniknúť zo Slnecnej sústavy. Po akej trajektórii v takom prípade raketa Slnecnú sústavu opustí?
- c) Akú časť  $p$  pôvodnej hmotnosti  $m_0$  rakety predstavuje palivo potrebné na urýchlenie rakety na rýchlosť  $v_2$  v optimálnom prípade, ak plyny vznikajúce spálením paliva tryskajú z dýzy rakety rýchlosťou  $u = 4500$  m·s<sup>-1</sup>?

Vplyv ostatných planét neuvažujte. Potrebné hodnoty veličín vyhľadajte v tabuľkách alebo na internete.

**2. Kmity valca s dutinou**

Na obr. A-1 je znázornený priečný prierez homogénneho valca s polomerom  $R = 10,0$  cm, v ktorom sa nachádza valcová dutina s polomerom  $R/2$ , pričom vzdialenosť osi O2 dutiny a osi O1 valca je  $R/2$ . Osi valca a dutiny určujú rovinu  $\sigma$  symetrie telesa.



Obr. A-1

- a) Určte vzdialenosť  $a$  ťažiska telesa od osi O1.
- b) Ak valec položíme na vodorovnú plochu, zaujme stabilnú rovnovážnu polohu. Nakreslite valec s dutinou v stabilnej rovnovážnej polohe a označte polohu jeho ťažiska T.
- c) Ak vychýlime teleso z rovnovážnej polohy o malý uhol a uvoľníme, začne kmitať okolo rovnovážnej polohy. Určte uhlovú frekvenciu  $\omega$  a periódu  $T$  kmitov.

Tiažové zrýchlenie  $g = 9,81$  m·s<sup>-2</sup>.

### 3. Vznik oblakov

Na hladine vodnej plochy je vzduch s relatívnou vlhkosťou  $\eta_0 = 80\%$  a teplotou  $t_0 = 20\text{ }^\circ\text{C}$ . Atmosférický tlak na hladine  $p_0 = 100\text{ kPa}$ . Vlhký vzduch stúpa hore a v určitej výške sa začnú tvoriť mraky. V nasledujúcej tabuľke je tlak  $p_n$  nasýtenej pary pri rôznych teplotách.

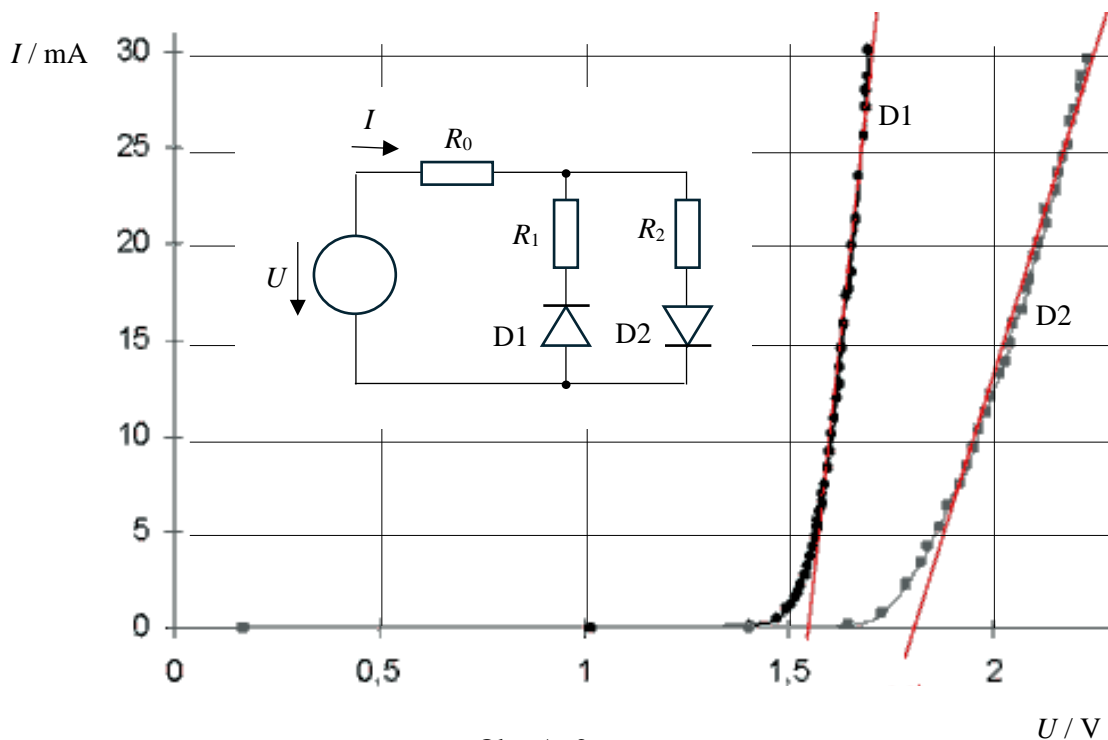
$t / ^\circ\text{C}$	0,0	2,0	4,0	6,0	8,0	10,0	12,0	14,0	16,0	18,0	20,0
$p_n / \text{kPa}$	0,61	0,71	0,81	0,93	1,07	1,23	1,07	1,23	1,82	2,06	2,34

- Určte pomer počtu  $N_p$  molekúl vodnej pary a  $N_v$  molekúl vzduchu a parciálne tlaky  $p_{p0}$  pary a  $p_{v0}$  vzduchu vo vlhkom vzduchu pri hladine vodnej plochy.
- Určte závislosť teploty vzduchu od výšky za predpokladu, že vplyv vodnej pary na tepelné deje vo vzduchu je veľmi malý, a teda vzduch možno považovať za ideálny plyn dvojatómových molekúl s molovou hmotnosťou  $M_m = 29\text{ g}\cdot\text{mol}^{-1}$ .
- Určte závislosť parciálneho tlaku vodnej pary od výšky nad hladinou a určte výšku  $h_m$ , v ktorej začnú vznikať mraky. Použite grafické riešenie.

Predpokladajte, že stavová zmena stúpajúceho vlhkého vzduchu je adiabatická.

### 4. Obvod s LED

Na obr. A-2 je znázornený obvod s dvomi LED diódami, D1 a D2. Meraním boli získané V-A charakteristiky oboch diód. Vidíme, že až po určité prahové napätie  $U_p$  je prúd diódy prakticky nulový, a nad touto hodnotou je charakteristika lineárna. Pre praktické účely sa charakteristiky nahrádzajú lomenými priamkami,  $I = 0$  pre  $U \leq U_p$  (vrátane záporného napätia) a  $I = R_d(U - U_p)$  pre  $U > U_p$  (náhradné priamky), kde  $R_d$  je dynamický odpor.



Obr. A-2

- Pre  $U > U_p$  možno diódu nahradiť sériovou kombináciou ideálneho zdroja napätia  $U_p$ , rezistora s odporom  $R_d$  a spínača, ktorý sa zopne, ak napätie na dióde  $U_d > U_p$ . Určte parametre  $U_p$ ,  $R_d$  náhradného obvodu s použitím grafu V-A charakteristík oboch diód.
- Prekreslite obvod a diódy nahradte sériovými kombináciami náhradných prvkov.
- Určte pre  $R_0 = 500 \Omega$  hodnoty odporov  $R_1$  a  $R_2$  tak, aby pri napätí zdroja  $U_0 = \pm 24 \text{ V}$  diódami prechádzal menovitý prúd  $I_0 = 20 \text{ mA}$ .
- Zostrojte graf závislosti prúdu  $I$  zdroja ako funkciu napätia  $-30 \text{ V} \leq U \leq 30 \text{ V}$  zdroja pre náhradné charakteristiky diód.

## 5. Dve šošovky

Na optickej lavici sa nachádza dvojica spojných šošoviek S1 a S2 s rôznymi optickými mohutnosťami  $D_1$ ,  $D_2$  a so spoločnou optickou osou. Vzájomnú vzdialenosť  $L$  šošoviek možno meniť.

Vo vzdialenosti  $a_1$  pred šošovkou S1 sa na optickej osi nachádza bodový zdroj svetla Z.

- Vyjadrite vzdialenosť  $a_2$  tienidla T od šošovky S2, v ktorej sa vytvorí na tienidle ostrý obraz zdroja, pomocou vzdialenosti  $a_1$ , vzdialenosti  $L$  a mohutností šošoviek  $D_1$  a  $D_2$ .

Keď postavili šošovku S1 do vzdialenosti  $L$  od zdroja a šošovku S2 do rovnakej vzdialenosti  $L$  od šošovky S1, vytvoril sa ostrý obraz na tienidle T vo vzdialenosti  $2L$  od šošovky S2. Potom šošovky vzájomne vymenili a ostrý obraz sa vytvoril na tienidle vo vzdialenosti  $3/2 L$ .

- Výpočtom určte optické mohutnosti oboch šošoviek.
- Úlohu c) overte graficky pre oba prípady vypočítaných mohutností a  $L = 10 \text{ cm}$ . Pri riešení vhodne využite významné lúče. Obrázok zostrojte vo vhodnej mierke. Výsledky pre vzdialenosť  $a_2$  obrazu určené graficky porovnajte s hodnotami v zadaní.

Šošovky považujte za tenké, tzn. ich hrúbka je veľmi malá v porovnaní s ich ohniskovými vzdialenosťami.

## 6. Rádioaktívna premena

Uvažujme vzorku rádioaktívneho izotopu  $^{211}\text{Pb}$  s hmotnosťou  $m = 1,0 \text{ g}$ . Ten sa mení na  $^{211}\text{Bi}$  s polčasom premeny  $T_1 = 36,1 \text{ min}$ , ďalej  $^{211}\text{Bi}$  na  $^{207}\text{Tl}$  s polčasom premeny  $T_2 = 2,14 \text{ min}$  a nakoniec  $^{207}\text{Tl}$  na stabilný  $^{207}\text{Pb}$  s polčasom  $T_3 = 4,77 \text{ min}$ .

- Napíšte rovnice troch premien a uveďte, o aké premeny ide.
- Určte začiatočnú aktivitu vzorky.
- Určte závislosť  $\alpha$ -aktivity vzorky od času.
- Zostrojte graf časovej závislosti  $\alpha$ -aktivity vzorky.

*Pozn.: Preštudujte si riešenie lineárnej diferenciálnej rovnice prvého rádu s nenulovou pravou stranou.*

## 7. Overenie Stefanovho-Boltzmannovho zákona – experimentálna úloha

*Teória:*

Na overenie Stefanovho-Boltzmannovho zákona použite vláknovú žiarovku. Vláknó žiarovky sa pri vysokých teplotách správa ako čierne teleso. Intenzita vyžarovania vlákna je určená Stefanovým-Boltzmannovým zákonom

$$H_e = \frac{P_e}{S} = \sigma (T^4 - T_0^4),$$

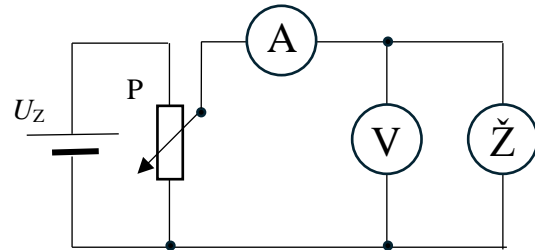
kde  $\sigma = 5,67 \times 10^{-8} \text{ W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-4}$ ,  $P_e$  výkon vyžarovaný z povrchu telesa s obsahom  $S$ ,  $T$  termodynamická teplota povrchu telesa v stave termodynamickej rovnováhy a  $T_0$  termodynamická teplota okolia.

Žiarivý výkon žiarovky  $P_e$  je prakticky rovnaký jej elektrickému príkonu  $P = UI$ .

Predpokladajte, že závislosť odporu vlákna žiarovky od teploty je približne lineárna a môžete ju vyjadriť vzťahom  $R = R_0 (1 + \alpha \Delta t)$ ,

kde  $R_0$  je odpor pri teplote okolia  $t_0$ ,  $\Delta t = t - t_0$  je zmena teploty a  $\alpha$  teplotný súčiniteľ odporu. V rozsahu teplôt vlákna od studeného až po rozžeravené má wolframový drôt, z ktorého je vyrobené vlákno žiarovky, teplotný súčiniteľ odporu hodnotu  $\alpha = 4,4 \times 10^{-3} \text{ K}^{-1}$ .

Pre meranie použijete malú žiarovku  $\check{Z}$  s menovitou hodnotou napätia  $U_n \leq 24 \text{ V}$  (bezpečné napätie), ktorá sa bežne predáva v predajniach elektrotechnických súčiastok, laboratórny zdroj konštantného napätia (regulovaný alebo s potenciometrom  $P$ ) a dva multimetre. *Upozornenie: žiarovka musí byť vlákňová.*



Obr. A-3

*Úlohy:*

- a) V zapojení podľa obrázku odmerajte pozorne závislosť prúdu  $I$ , ktorý prechádza žiarovkou, od napätia  $U$  na žiarovke. Výsledky zapíšete do tabuľky. Do tabuľky doplňte príkon  $P$  a odpor  $R$  žiarovky pre jednotlivé hodnoty napätia. Zmerajte teplotu  $t_0$  miestnosti a zapíšete ju nad tabuľku.

*Zvoľte najmenej 20 hodnôt napätia zdroja od 0 V do nominálnej hodnoty  $U_n$  napätia žiarovky. Na nastavenie napätia zdroja použijete laboratórny zdroj s regulovaným výstupným napätím alebo zdroj konštantného napätia s potenciometrom.*

- b) Zostrojte graf závislosti odporu  $R$  žiarovky od napätia  $U$  na žiarovke. Z grafu stanovte odpor  $R_0$  vlákna pri nulovom napätí, pri ktorom je teplota vlákna rovnaká ako teplota okolia  $t_0$ .
- c) Pre jednotlivé hodnoty napätia  $U$  vypočítajte zodpovedajúce hodnoty termodynamickej teploty  $T$  vlákna žiarovky a doplňte ich do tabuľky (v jednotkách K).
- d) Zostrojte graf výkonu  $P$  ako funkciu termodynamickej teploty  $T$  a overte, že pre hodnoty napätia väčšie ako určitá hodnota  $U_L$  je výkon  $P$  priamoúmerný  $T^4$ . Určte hodnotu napätia  $U_L$  a opíšte stav vlákna žiarovky. Vysvetlite, prečo pre hodnoty napätia  $U < U_L$  lineárna závislosť od  $T^4$  neplatí.

*Pre overenie priamej úmernosti zvolte vhodné premenné na osiach grafu.*

- e) Stanovte plošný obsah  $S$  časti povrchu dokonale čierneho telesa, ktoré by pri zistených teplotách žiarilo rovnako ako daná žiarovka.

*Poznámka:*

Prvá časť merania pri nízkych teplotách vlákna slúži predovšetkým na určenie odporu žiarovky  $R_0$  pri teplote okolia; druhá časť pri vysokých teplotách na overenie Stefanovho-Boltzmannovho zákona.

#### Fyzikálna olympiáda – 66. ročník – úlohy okresného kola kat. A

Návrh a úprava úloh: Lubomír Konrád (1, 2, 5), Ivo Čáp (3, 4, 6, 7)

Recenzia úloh: Lubomír Mucha, Aba Teleki

Redakcia: Ivo Čáp

Úlohy preložil: Aba Teleki

Vydalo: Slovenská komisia fyzikálnej olympiády  
Národný inštitút vzdelávania a mládeže, Bratislava 2024