63. ročník Fyzikálnej olympiády
v školskom roku 2021/2022
Kategória E
Domáce kolo – riešenie úloh

1) Odporový drôt

Riešenie:

a) Z vlastností sériového zapojenia je zrejmé, že musí platiť $L_1 = L\frac{R_1}{R} = 62{,}5\ \mathrm{m}$. 2b

b) Po rozrezaní drôtu dĺžky L na N rovnakých častí bude mať každá časť odpor $R_N = \frac{R}{N}$.

Pre celkový elektrický odpor R_2 z N paralelne zapojených vodičov s odporom R_N platí

$$\frac{1}{R_2} = \frac{N}{R_N} = \frac{N^2}{R},$$

teda

$$R_2 = \frac{R}{N^2} \text{ a } N^2 = \frac{R}{R_2} = 100,$$

odkiaľ je zrejmé, že drôt sa musí rozrezať na $N = 10$ rovnakých častí. 4b

c) Každý kus má odpor $R_{25} = 4{,}00\ \Omega$. Ľahko sa môžeme presvedčiť o tom, že najväčší odpor dostaneme, ak budú všetky kúsky zapojené sériovo, teda $R_{\max} = 25R_{25} = R = 100\ \Omega$. Ktorýkoľvek kus zapojíme paralelne k niektorému z ostatných, odpor sa zmenší (vznikne úsek, ktorého celkový prierez bude väčší, než je u pôvodného drôtu, a má preto menší odpor, než pôvodný úsek). 2b

Najmenší odpor dosiahneme, ak všetky zapojíme paralelne. Ľahko sa presvedčíme o tom, že akákoľvek kombinácia so sériovo zapojenými časťami odpor zvyšuje. Inými slovami, pri paralelnom zapojení všetkých častí je celkový prierez vedenia najväčší, preto

$$R_{\min} = \frac{R_{25}}{25} = 0{,}16\ \Omega.$$ 2b

2) Vanička

Riešenie

a) Hustota kocky $\rho_\mathrm{k} = \frac{m}{a^3} = 0{,}50\ \mathrm{g/cm^3}$ je polovica hustoty vody. 1b

Ak bude voda do polovice výšky kocky, tiaž vytlačenej vody sa bude rovnať tiaži kocky, ktorá preto začne plávať.

Vanička preto musí byť napustená do výšky $h = \frac{a}{2} = 5\ \mathrm{cm}$. 2b

Objem vody vo vaničke

$$V = L^2h - a^2h = 3{,}00\ \mathrm{dm^3}.$$ 1b

b) Tok bol $O = 100\ \mathrm{ml/min}$, preto kocka začala plávať po čase

$$t = \frac{V}{O} = 20\ \mathrm{min}.$$ 2b

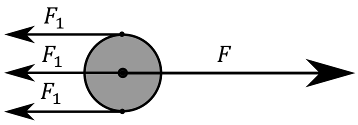
c) Vanička na začiatku bola bez kocky vyvážená, preto nespadla. Po vložení kocky na stranu nad stôl prevažovala časť nad stolom. Potom, čo kocka začala plávať, boli znova obidve časti vaničky vyvážené, čo je dôsledkom Archimedovho zákona: kocku by sme mohli nahradiť vodou rovnakej tiaže, čo podľa Archimedovho zákona je rovná tiaži vody, ktorú kocka vytlačila – inými slovami, akoby tam kocka ani nebola. Z toho vyplýva, bez ohľadu na to, kde sa kocka nachádza, vanička zo stola nespadne. 4b

3) Záves elektrického vedenia

Riešenie:

a) Trenie na kladkách aj v ich osiach je zanedbateľne malé, preto laná na úsekoch označených *a, b, c, d* sú napínané rovnakou silou, $F_1 = 3mg = 2{,}35$ kN. 2b

b) Všetky sily sú rovnobežné. 1b



Obr. RE–2

Laná úsekov *b, c, d* pôsobia na kladku, všetky silou rovnakej veľkosti F_1, opačným smerom ako sila *F* nosného lana. 1b

Sily sú v rovnováhe, preto veľkosť sily $F = 3F_1 = 7{,}06$ kN. 2b

Správna orientácia všetkých štyroch síl. (Vyznačenie gravitačnej sily nie je nedostatkom, jeho neuvedenie taktiež nie). 1b

c) Príčinou je teplotná rozťažnosť materiálov. Tento spôsob zavesenia zaručuje, že elektrické vedenie je držané vždy rovnakou silou: aj v lete, keď laná sa natiahnu (predĺžia), aj v zime, keď laná sa stiahnu (skrátia). 3b

4) Populárna televízna relácia

Riešenie:

a) označme hmotnosť uhlíka v oceli m_C.

$\frac{m_\mathrm{C}}{m} = p \times 0{,}0214$, teda $m_\mathrm{C} = 0{,}6 \times 0{,}0214 \times 2{,}80\ \mathrm{kg} \approx 36$ g. 1b

b) Hmotnosť oleja $m_\mathrm{o} = \rho_\mathrm{o} V_\mathrm{o} = 6{,}92$ kg.

Teplota oleja po prvom ponorení bude t_1, kým teplota ocele bude $t_{\mathrm{m}1}$ a platí, že

$$t_{\mathrm{m}1} - t_1 = \frac{1}{2}(t_\mathrm{m} - t_0).$$

Podľa kalorimetrickej rovnice odovzdá meč oleju počas prvého vnorenia teplo

$$Q_1 = mc_\mathrm{m}(t_\mathrm{m} - t_{\mathrm{m}1})$$

a toto teplo prijme olej, teda

$$Q_1 = m_\mathrm{o} c_\mathrm{o}(t_1 - t).$$

Môžeme zvoliť niekoľko postupov ako túto sústavu vyriešiť.

Bude napríklad platiť, že

$$t_\mathrm{m} - t_{\mathrm{m}1} = Q_1 \frac{1}{mc_\mathrm{m}} \quad \text{a tiež} \quad t_1 - t_0 = Q_1 \frac{1}{m_\mathrm{o} c_\mathrm{o}}$$

Nakoľko

$$(t_\mathrm{m} - t_{\mathrm{m}1}) + (t_1 - t_0) = t_\mathrm{m} - t_0 - (t_{\mathrm{m}1} - t_1) = \frac{1}{2}(t_\mathrm{m} - t_0),$$

môžeme písať, že

$$Q_1 \left(\frac{1}{mc_\mathrm{m}} + \frac{1}{m_\mathrm{o} c_\mathrm{o}}\right) = \frac{1}{2}(t_\mathrm{m} - t_0) = 320\ °\mathrm{C},$$

odkiaľ

$$Q_1 = \frac{1}{2}(t_\mathrm{m} - t_0)\frac{m m_\mathrm{o} c_\mathrm{m} c_\mathrm{o}}{mc_\mathrm{m} + m_\mathrm{o} c_\mathrm{o}} = 378\ \mathrm{kJ}.$$ 3b

c) Po piatich ponoreniach bude teplota oleja t_5 a teplota meče $t_{\mathrm{m}5}$. Bude platiť

$$t_{\mathrm{m}5} - t_5 = \frac{1}{2}(t_{\mathrm{m}4} - t_4) = \frac{1}{2^2}(t_{\mathrm{m}3} - t_3) = \cdots = \frac{1}{2^5}(t_{\mathrm{m}} - t_0),$$

kde teploty $t_{\mathrm{m}4}, t_{\mathrm{m}3}, \ldots$ sú teploty meča a $t_4, t_3, \ldots$ teploty oleja po 4-om, 3-om atď. ponorení. Znova môžeme napísať kalorimetrické rovnice

$$t_{\mathrm{m}} - t_{\mathrm{m}5} = Q_5 \frac{1}{m c_{\mathrm{m}}} \quad \text{a tiež} \quad t_5 - t_0 = Q_5 \frac{1}{m_{\mathrm{o}} c_{\mathrm{o}}},$$

kde Q_5 je celkové teplo odovzdané počas piatich ponorení. Opakovaním postupu

$$t_{\mathrm{m}} - t_{\mathrm{m}5} = Q_5 \frac{1}{m c_{\mathrm{m}}} \quad \text{a tiež} \quad t_5 - t_0 = Q_5 \frac{1}{m_{\mathrm{o}} c_{\mathrm{o}}}.$$

Nakoľko

$$(t_{\mathrm{m}} - t_{\mathrm{m}5}) + (t_5 - t_0) = t_{\mathrm{m}} - t_0 - (t_{\mathrm{m}5} - t_5) = \left(1 - \frac{1}{2^5}\right)(t_{\mathrm{m}} - t_0) = \frac{31}{32}(t_{\mathrm{m}} - t_0),$$

Znova môžeme ako v časti b) a dostaneme

$$Q_5 = \frac{31}{32}(t_{\mathrm{m}} - t_0)\frac{m m_{\mathrm{o}} c_{\mathrm{m}} c_{\mathrm{o}}}{m c_{\mathrm{m}} + m_{\mathrm{o}} c_{\mathrm{o}}} = 733 \text{ kJ}. \qquad 4\text{b}$$

Konečnú teplotu $t_{\mathrm{m}5}$ meče a t_5 oleja dostávame

$$t_{\mathrm{m}5} = t_{\mathrm{m}} - Q_5 \frac{1}{m c_{\mathrm{m}}} \approx 103{,}4\ °\mathrm{C}, \qquad 1\text{b}$$

a

$$t_5 = t_0 + Q_5 \frac{1}{m_{\mathrm{o}} c_{\mathrm{o}}} \approx 83{,}4\ °\mathrm{C}. \qquad 1\text{b}$$

5) Svetlo v tme

Riešenie

a) Musí použiť spojku, rozptylka vytvára len virtuálny (nie reálny) obraz. Spojkou je šošovka s optickou mohutnosťou $\varphi = +2{,}00\ \mathrm{m}^{-1}$, teda má ohniskovú vzdialenosť

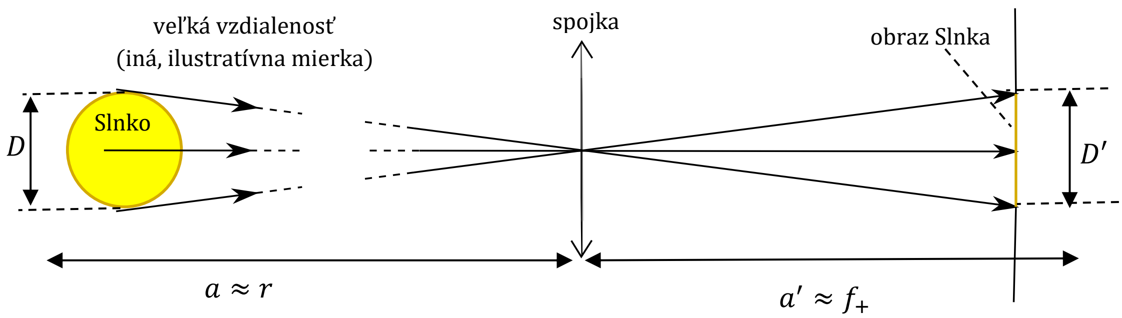
$$f_+ = \frac{1}{\varphi} = 0{,}50\ \mathrm{m} \qquad 2\text{b}$$

Podľa zobrazovacej rovnice

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{a'} = \frac{1}{f_+},$$

kde a je vzdialenosť predmetu (tu Slnko) od šošovky, a a' je vzdialenosť obrazu od šošovky. V našom prípade je Slnko veľmi ďaleko, preto

$$\frac{1}{a} \approx 0. \quad \text{Potom } a' \approx f_+ = 0{,}50\ \mathrm{m}. \qquad 2\text{b}$$



b) Ak označíme priemer obrazu D', potom

$D/r = D'/f_+$, teda $D' = f_+ \frac{D}{r} \approx 5{,}0\ \mathrm{mm}$ 2b

c) Jednou z možností je spojiť dvojicu šošoviek. Výsledná sústava bude mať optickú mohutnosť

$$\varphi = \varphi_+ + \varphi_- = 0{,}50\ \mathrm{m}^{-1}$$

a ohniskovú vzdialenosť bude mať $f = 2{,}0$ m.
Po tejto zmene bude obraz vo vzdialenosti $a' = 2{,}0$ m od šošovky a jej veľkosť bude mať priemer $D' = 2{,}0$ cm. 4 b
Treba prijať akékoľvek riešenie realizovateľné pomocou uvedených šošoviek. Za úplné riešenie (vrátane určenia priemeru obrazu Slnka).

6) Na cudzej planéte

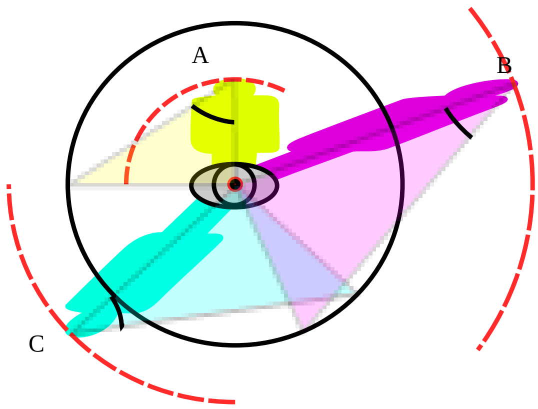
Riešenie:

a) Miešaním červenej zelenej a modrej farby dostaneme bielu farbu. 2b

b) Farba tieňov nie je biela, lebo farba jednej hviezdy v každom tieni chýba.
V A chýba modrá, preto tento tieň je vrhnutý modrou hviezdou 1b
V B chýba zelená, preto tento tieň je vrhnutý zelenou hviezdou 1b
V C chýba červená, preto tento tieň je vrhnutý červenou hviezdou 1b

c) Súťažiaci má vymyslieť spôsob, ako určí hľadané uhly. Správna metóda. 2b

Samozrejme, v úlohe je potrebné zmerať dĺžku tieňov, preto číselné výsledky môžu byť mierne odlišné. Obrázok bol skonštruovaný tak, že dĺžka tieňa B je 2,6-násobok dĺžky tieňa A (teda 2,6 m), kým dĺžka tieňa C je 2,0-násobok dĺžky tieňa A (teda 2,0 m).
Takto je možné zostrojiť príslušné pravouhlé trojuholníky a hľadané uhly zmerať napr. uhlomerom. Postup je načrtnutý na nasledujúcom obrázku, kde kružnica s plnou čiarou predstavuje Táninu nezaborenú výšku premietnutú do roviny tieňov a sú zostrojené príslušné pravouhlé trojuholníky.
Samozrejme, sú možné aj iné postupy.
Modrá hviezda (A) je 56,3° nad horizontom,
zelená hviezda (B) je 30,0° nad horizontom a
červená hviezda (C) je 36,9° nad horizontom.



obr. RE–3

Za každý správne určený uhol a vyjadrenie v stupňoch 1b, celkom najviac 3b

63. ročník Fyzikálnej olympiády – *Úlohy domáceho kola kategórie E*

Autori návrhov úloh: Aba Teleki (2, 3, 6, 7), Boris Lacsný (1, 4, 5)
Recenzia: Ivo Čáp
Preklad textu úloh do maďarského jazyka: Aba Teleki
Redakcia: Ivo Čáp
Vydal: Slovenská komisia fyzikálnej olympiády
IUVENTA – Slovenský inštitút mládeže, Bratislava 2021