



Priebeh krajského kola

Krajské kolo 37. ročníka Olympiády v informatike, kategória B, sa koná 18. 1. 2022 v dopoludňajších hodinách. Na riešenie úloh majú súťažiaci **4 hodiny čistého času**. Rôzne úlohy riešia súťažiaci na samostatné listy papiera. Akékoľvek pomôcky okrem písacích potrieb (napr. knihy, výpisy programov, kalkulačky) sú zakázané.

Čo má obsahovať riešenie úlohy?

- Slovné popíšte algoritmus.
Slovný popis riešenia musí byť jasný a zrozumiteľný i bez nahliadnutia do samotného algoritmu/programu.
- Zdôvodnite správnosť vášho algoritmu.
- Uvedte a zdôvodnite jeho časovú a pamäťovú zložitosť.
- Podrobne uveďte dôležité časti algoritmu, ideálne vo forme programu v nejakom bežnom programovacom jazyku (napr. C++, Python, Java, Pascal).
- V prípade, že používate vo svojom programovacom jazyku knižnice, ktoré obsahujú implementované dátové štruktúry a algoritmy (napr. STL pre C++), v popise algoritmu stručne vysvetlite, ako by ste napísali program s rovnakou časovou zložitosťou bez použitia knižnice.

Hodnotenie riešení

Za každú úlohu môžete získať od 0 do 10 bodov.

Pokiaľ nie je v zadaní povedané ináč, najdôležitejšie dve kritériá hodnotenia sú v prvom rade **správnosť** a v druhom rade **efektívnosť** navrhnutého algoritmu. Na výslednom počte bodov sa môže prejaviť aj kvalita popisu riešenia a zdôvodnenie tvrdení o jeho správnosti a efektívnosti.

Efektívnosť algoritmu posudzujeme vypočítaním jeho časovej zložitosti – funkcie, ktorá hovorí, ako dlho vykonanie algoritmu trvá v závislosti od veľkosti vstupných parametrov. Nezávisí pri tom na konštantných faktoroch, len na rádovej rýchlosti rastu tejto funkcie.

V zadaní úloh uvádzame časť „Hodnotenie“, v ktorej nájdete približné limity na veľkosť vstupných údajov. Pod pojmom „efektívne vyriešiť“ chápeme to, že váš program spustený na modernom počítači by mal dať odpoveď nanajvýš do niekoľkých sekúnd.

Údaje z tejto časti zadania by mali slúžiť hlavne na to, aby ste o riešení, ktoré vymyslíte, vedeli približne povedať, koľko bodov zaň dostanete.



B-II-1 Šachoví králi

Šachistan je krajina tvaru obdĺžnika rozmerov 3 km krát n km. Celý Šachistan je rozdelený na $3n$ štvorcových políčk so stranou 1 km. Niektoré políčka sú obývatelné, na ostatných sú neobývatelné močiare.

Do Šachistanu by chceli prísť na návštevu králi z celého sveta. Bude ich treba ubytovať. Samozrejme, kráľov nemôžeme ubytovať len tak vedľa seba. Každého kráľa treba ubytovať na niektorom obývatelnom políčku. Žiadni dvaja králi nesmú bývať na tom istom políčku, ani na políčkach, ktoré sa stranou alebo rohom dotýkajú.

(Inými slovami, ide o šachových kráľov navzájom rôznych farieb a žiadni dvaja sa nesmú navzájom ohrozovať.)

Súťažná úloha

Daná je mapa Šachistanu. Napíšte program, ktorý zistí, koľko najviac kráľov vieme v Šachistane naraz ubytovať.

Formát vstupu a výstupu

V prvom riadku vstupu je číslo n : dĺžka Šachistanu. Zvyšok vstupu tvoria tri riadky s mapou Šachistanu. V každom z týchto riadkov je n znakov, pričom znak 0 predstavuje obývatelné políčko a znak X močiar.

Na výstup vypíšete jedno číslo: najväčší počet kráľov, ktorí sa naraz zmestia do Šachistanu.

Obmedzenia a hodnotenie

Dajte si pozor na to, aby vaše riešenie vždy našlo maximálny počet kráľov. Túto jeho vlastnosť nezabudnite vhodne zdôvodniť. Nesprávne riešenia, ktoré občas vypíšu nesprávny počet, budú hodnotené veľmi prísne.

Plný počet bodov je za riešenia efektívne pre $n \leq 100\,000$.

Riešenia efektívne pre $n \leq 7$ môžu získať 4-7 bodov podľa toho, ako šikovne prezrú možné rozmiestnenia kráľov. Ak úlohu neviete riešiť, 3 body môžete získať, ak úlohu vyriešite pre $n \leq 100\,000$ **za dodatočného predpokladu**, že v krajine nie sú žiadne močiare.

Príklady

vstup

```
7
OXXOXXX
XXXXXXO
OXXXOXX
```

výstup

```
5
```

Žiadne dve z obývatelných políčk nesusedia, môžeme teda na každé z nich dať jedného kráľa.

vstup

```
5
XXXXO
XOOOX
OXXXX
```

výstup

```
3
```

Kráľov je optimálne dať do oboch protilahlých rohov a na políčko v strede krajiny.

vstup

```
5
XXXXO
XOOOX
XOXXX
```

výstup

```
2
```

Do tejto krajiny sa traja králi naraz nezestia.

vstup

```
6
XOOOXO
OOXOOO
OXOXXO
```

výstup

```
6
```



B-II-2 Nočná mora

Každý máme nejakú záľubu. Niektorí rád varí, niektorí tancuje a niektorí rád programuje. Jožkova záľuba je hranie videohier. A je v tom dosť dobrý, darí sa mu prechádzať jeden level za druhým.

Dnes Jožko nepočúvol svoju mamu, že nemá hrať pred spaním, a to sa mu vypomstilo. V sne sa ocitol v jednom z levelov. Musí sa dostať na druhú stranu chodby plnej smrteľných laserov. To by bola pomerne jednoduchá úloha, problémom je agresívny jazvec, ktorý sa čoraz rýchlejšie blíži k Jožkovi. Vždy, keď už ho jazvec ide zahryznúť, sa Jožko s hrôzou zobudí. No a vždy, keď Jožko znova zaspí, zjaví sa naspäť na začiatku chodby a musí cez lasery preskakovať znova.

Súťažná úloha

Chodba, v ktorej sa Jožko ocitol, má tvar obdĺžnika. Nachádza sa v nej niekoľko laserov. Každý laser svieti z ľavej strany chodby na pravú. Žiadne dva lasery sa nepretínajú. (Môžu ale začínať a/lebo končiť v presne tom istom bode.)

Jožko sa počas noci niekoľkokrát zobudil. Po každom prebudení vám povedal súradnice, na ktorých vo sne stál. Navrhňte algoritmus, ktorý pre každé súradnice zistí, koľko laserov musel Jožko od začiatku chodby prejsť, kým sa na ne dostal.

Formát vstupu a výstupu

V prvom riadku vstupu sú čísla s , d , n a k – šírka chodby, dĺžka chodby, počet laserov a počet Jožkových zobudení.

Nasledujú 2 riadky popisujúce lasery. V prvom riadku sú súradnice ich zdrojov (teda ich vzdialenosti od začiatku chodby). V druhom riadku sú súradnice ich koncov na protilahlej stene chodby. Je zaručené, že lasery sa nikde nekrižujú.

V každom z ďalších k riadkov sú dve čísla oddelené medzerou – súradnice, na ktorých sa Jožko zobudil. Je zaručené, že nimi neprechádza žiadny laser. Prvá súradnica je vzdialenosť od začiatku chodby, druhá je vzdialenosť od ľavej steny.

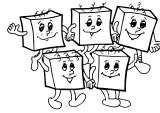
Na výstup vypíšete jeden riadok a v ňom k čísel – pre každé zobudenie počet laserov, cez ktoré Jožko od začiatku chodby prešiel.

Hodnotenie

Plných 10 bodov môžu získať riešenia, ktoré úlohu efektívne vyriešia pre $n, k \leq 100\,000$.

Za riešenia, ktoré úlohu efektívne vyriešia pre $n, k \leq 1\,000$, môžete získať aspoň 5 bodov.

Nanajvýš 4 body môžu získať riešenia, ktoré úlohu efektívne vyriešia pre $n, k \leq 100\,000$ ale len za dodatočného predpokladu, že všetky lasery majú smer kolmý na smer chodby. (Teda každý laser má rovnakú súradnicu začiatku a konca.)



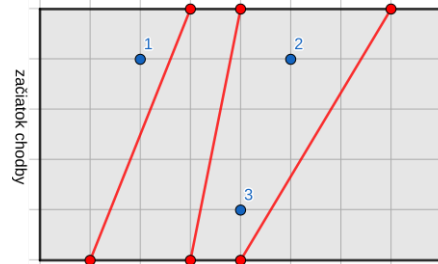
Príklady

vstup

```
5 8 3 3
3 4 7
1 3 4
2 1
5 1
4 4
```

výstup

```
0 2 2
```



Chodba ide na obrázku zľava doprava. Má šírku 5 a dĺžku 8. Máme tri lasery. Začínajú na súradniciach 3, 4 a 7 a končia na protilahlej stene na súradniciach 1, 3 a 4.

Jožko sa trikrát prebudil. Prvýkrát (bod 1 na obrázku) to bolo skôr ako prešiel cez akýkoľvek laser. Druhýkrát aj tretíkrát sa prebudil po tom ako prešiel prvé dva lasery.

vstup

```
6 13 3 4
1 7 9
1 3 12
5 2
5 4
11 3
0 1
```

výstup

```
1 2 3 0
```



B-II-3 Hady a rebríky

V mestečku Las Vegetas sa nehrajú na náhodu, všetci majú vždy neuveriteľné šťastie. Z balíka kariet vždy vytiahnu žolíka, na minci vždy hodia hlavu a na kocke každému padne presne to, čo si zažela pred hodom.

Všetky kasína už dávno skrachovali, väčšina doskových hier stratila zmysel, ale po veľkom úspechu s hrou Jamy a Rebríky sa autori rozhodli vydať pokračovanie – *Hady a rebríky*. Presné pravidlá tejto hry sú popísané v časti Súťažná úloha.

Aj napriek tomu, že celá hra spočíva v hádzaní kockou, nie je až také jednoduché (minimálne pre obyvateľov Las Vegetas) napláňovať si hody kockou tak, aby prešli celý plánik na čo najmenej hodov. Aj keď si vymyslia nejakú stratégiu, ako majú vedieť, či našli najlepšie riešenie?

Napište program, ktorý pre daný herný plánik *Hadov a Rebríkov* zistí, na koľko najmenej hodov kockou sa dá plánik prejsť.



Súťažná úloha

Hrací plán hry *Hady a Rebríky* pozostáva z n políčok očíslovaných 1 až n . Hráč začína na políčku 1 a jeho cieľom je dostať sa pomocou hodov kockou na políčku n . Každým hodom sa hráč posunie dopredu o jedno až šesť políčok, podľa toho, koľko bodiek padlo na kocke. (Po šestke sa už nehádza znova, ak padne šestka, hráč sa pohne dopredu o šesť políčok.)

Pripomíname, že v Las Vegetas si vie každý hráč pred každým hodom zvoliť, čo mu padne na kocke, a teda o koľko políčok sa posunie.

Na niektorých políčkach sa nachádza začiatok rebríka alebo začiatok hada. Ak hráč stúpi na takéto políčko, musí sa posunúť o určitý počet políčok dopredu (v prípade rebríka) alebo dozadu (v prípade hada). Tento posun po rebríku je ešte súčasťou toho istého ťahu. Hráč nemá na výber, vyššie popísaný pohyb po rebríku musí vykonať bez ohľadu na to, či chce alebo nechce. Pokiaľ sa hráč po presune ocitne na začiatku ďalšieho rebríka alebo hada, už sa neposúva ďalej.

Napríklad si predstavme, že hráč stojí na políčku 7, z políčka 10 vedie rebrík na políčko 15 a z políčka 15 vedie rebrík na políčko 20. Pokiaľ hráč hodí na kocke štyri, posunie sa v tomto ťahu z políčka 7 na políčko 11. Ak by však hodil na kocke číslo tri, presunie sa na políčko 10, odtiaľ vylezie po rebríku na políčko 15 a tam ťah skončí. Zistite, či sa vôbec dá dostať z políčka 1 na políčko n , a ak áno, na koľko najmenej hodov kockou.

Formát vstupu a výstupu

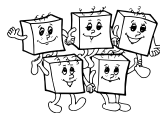
V prvom riadku vstupu je celé číslo n – počet políčok herného plánika. ($2 \leq n \leq 10^6$)

V druhom riadku je n medzerou oddelených celých čísel a_1, \dots, a_n .

- $a_i < 0$, ak z i -teho políčka vedie had na políčko $i - a_i$.
- $a_i > 0$, ak z i -teho políčka vedie rebrík na políčko $i + a_i$.
- $a_i = 0$, ak na i -tom políčku nie je ani had ani rebrík.

Všetky rebríky a hady vedú do hracieho plánika, t.j. $1 \leq i + a_i \leq n$.

Na výstup vypíšte jeden riadok obsahujúci jedno číslo: najmenší možný počet ťahov, za ktorý sa vieme dostať do cieľa. Ak sa nedá dostať do cieľa, vypíšte namiesto toho číslo -1 .



Hodnotenie

Na plný počet bodov je treba úlohu efektívne vyriešiť pre $n \leq 200\,000$.

Nanajvyš 7 bodov dostanete za efektívne riešenie pre $n \leq 5\,000$.

Nanajvyš 5 bodov dostanete za riešenie, ktoré efektívne vyrieši ľubovoľný vstup s $n \leq 5\,000$ v ktorom existuje spôsob, ako sa dostať na políčko n .

Nanajvyš 3 body dostanete za riešenie, ktoré efektívne vyrieši ľubovoľný vstup s $n \leq 10$ v ktorom existuje spôsob, ako sa dostať na políčko n .

Príklady

vstup

```
15
0 6 0 -3 5 0 0 7 0 -2 0 -1 0 -1 0
```

výstup

```
2
```

V prvom ťahu hodíme na kocke 4, čím sa posunieme na políčko 5 a odtiaľ rebríkom na políčko 10. V druhom ťahu hodíme na kocke 5, čím sa presunieme na cieľové políčko 15. Všimnime si, že ak by sme na začiatku hodili 1, dostali by sme sa na políčko 8, z ktorého síce vedie rebrík do cieľa, ale nevieme tento rebrík použiť, čiže dokopy by sme takto potrebovali tri ťahy na prejdenie trasy.

vstup

```
8
0 -1 -2 -3 -4 -5 -6 0
```

výstup

```
-1
```

Na všetkých políčkach, na ktoré vieme skočiť v prvom ťahu, sa nachádza had, ktorý nás vráti na začiatok.

vstup

```
5
4 0 0 0 -1
```

výstup

```
-1
```

V cieľi je had, a teda tam nevieme prísť inak ako po rebríku, a jediný rebrík je na začiatku plánu a teda ho nevieme použiť.



B-II-4 Školský výlet II

Kleofáš je Krištofov mladší brat. Po tom, ako sa Krištof pochválil, ako ste mu v domácom kole pomohli s plánovaním výletu, chcel by aj Kleofáš so svojou triedou ísť na podobný výlet.

Kleofášova trieda si vybrala n pamiatok na Slovensku, ktoré chcú navštíviť. Pamiatky sú očíslované od 0 po $n - 1$, pričom pamiatka 0 (Novohradské múzeum a galéria) je priamo v Lučenci, kde Kleofášova trieda začína aj končí svoj výlet.

Pre každé dve pamiatky i a j existuje práve jeden rozumný spôsob, ako sa priamo dostať od jednej ku druhej. Tieto spôsoby budeme volať *cesty*. Kleofášova trieda kontaktovala dopravnú spoločnosť a tá im pre každé dve pamiatky povedala cenu $C[i, j]$ cesty autobusom od jednej k druhej.

Cesty sú **obojsmerné**. Všetky ceny sú kladné celé čísla a sú vždy **rovnaké pre oba smery cesty**. Ceny navyše **spĺňajú trojuholníkovú nerovnosť** – teda pre každé tri pamiatky a, b, c platí, že cena $C[a, c]$ priamej cesty od a ku c je nanajvýš rovná $C[a, b] + C[b, c]$, teda súčtu cien cesty od a ku b a od b ku c .

Súťažná úloha

Podobne ako v domácom kole sa budeme zaoberať otázkou, ako má Kleofášova trieda navštíviť všetky pamiatky a pritom zaplatiť čo najmenej za cestovné.

Podúloha A (3 body). Kleofášova učiteľka Majka si pozrela mapu a spomedzi všetkých ciest medzi pamiatkami vybrala $n - 1$ tak, aby sa po nich dalo postupne prejsť od ľubovoľnej pamiatky k ľubovoľnej inej. Majka následne vyhlásila, že počas výletu smú cestovať len po týchto $n - 1$ cestách.

Napište program, ktorý načíta číslo n a popis Majkou vybratých ciest (pre každú cestu čísla pamiatok, ktoré spája) a vypíše jednu možnú sadu inštrukcií, ako majú počas výletu cestovať, aby navštívili každú pamiatku a pritom po každej ceste prešli práve dvakrát (raz tam a raz späť).

Príklad: ak $n = 5$ a Majka vybrala cesty $0 - 2, 1 - 2, 2 - 3$ a $3 - 4$, program by mohol vypísať, že deti počas výletu postupne navštívia pamiatky $0, 2, 3, 4, 3, 2, 1, 2, 0$.

Podúloha B (4 body). Pri použití postupu z podúlohy A je zjavné, že celkové cestovné je dvojnásobkom súčtu cestovného za cesty, ktoré Majka vybrala.

Rovnako ako v podúlohe A dostane váš program na vstupe popis konkrétnych $n - 1$ ciest, ktoré Majka vybrala. Tentokrát však dostanete na vstupe aj všetky ceny $C[i, j]$ a počas výletu je povolené používať úplne všetky cesty, nie len tie, ktoré Majka vybrala.

Hľadáme plán výletu, ktorý bude mať dve vlastnosti. Prvá je, že počas výletu deti navštívia každú pamiatku práve raz (a na konci sa vrátia späť do Lučenca). Druhá je, že celková cena tohto výletu musí byť nanajvýš taká, ako cena výletu podľa Majky.

Napište program, ktorý nájde ľubovoľný taký plán výletu. Nezabudnite na zdôvodnenie správnosti.

Podúloha C (3 body). Sade $n - 1$ ciest, po ktorých sa dá postupne dostať od každej pamiatky ku každej inej, zvykneme hovoriť *kostra*. Rôznych kostier existuje veľmi veľa, poznáme však efektívne algoritmy ako nájsť tú úplne najlacnejšiu spomedzi nich.

Predstavme si, že Majka pri plánovaní výletu naozaj vybrala najlacnejšiu možnú spomedzi všetkých kostier. Deti následne použili program ako ten z podúlohy B a pomocou neho naplánovali svoj výlet.

Kleofáš teraz tvrdí: „Náš okružný výlet možno nebude úplne najlacnejší možný, ale určite zaplatíme menej ako dvojnásobok toho, čo bolo nutné. Inými slovami, za polovicu našich nákladov sa okružný výlet, ktorý navštíví všetky pamiatky, určite nedá zorganizovať.“

Rozhodnite, či Kleofáš musí mať pravdu. Svoje tvrdenie dokážte.

TRIDSIATY SIEDMY ROČNÍK OLYMPIÁDY V INFORMATIKE

Príprava úloh: Michal Anderle, Michal Farnbauer, Michal Forišek, Ján Hozza, Andrej Korman

Recenzia: Michal Forišek

Slovenská komisia Olympiády v informatike

Vydal: IUVENTA – Slovenský inštitút mládeže, Bratislava 2022