

## 68. ročník Matematickej olympiády, 2018/2019

### Úlohy školského kola kategórie B

1. Na tabuli je napísané kladné celé číslo  $n$ . V jednom kroku smieme číslo z tabule zotrieť a napísať namiesto neho buď jeho dvojnásobok, alebo jeho dvojnásobok zväčšený o 1. Pre koľko počiatočných čísel  $n$  rôznych od 2019 môžeme dosiahnuť to, že sa po konečne veľa krokoch číslo 2019 na tabuli objaví?
2. Nájdite všetky trojciferné čísla s touto vlastnosťou: ak vyškrtneme v čísle jeho prostrednú cifru a vzniknuté dvojciferné číslo vynásobíme druhou mocninou vyškrtnutej cifry, dostaneme opäť pôvodné trojciferné číslo.
3. Daná je kružnica  $k$  a jej priemer  $AB$ . Vnútri úsečky  $AB$  zvolíme ľubovoľný bod  $C$  a potom na kružnici  $k$  vyberieme bod  $D$  tak, aby platilo  $|BC| = |BD|$ . Os uhla  $ABD$  pretína kružnicu  $k$  v bode  $E$  (rôznom od bodu  $B$ ). Dokážte, že trojuholníky  $AEC$  a  $CBD$  sú podobné.

Školské kolo kategórie B sa koná

**v utorok 29. januára 2019**

tak, aby začalo dopoludnia najneskôr o 10:00 a aby súťažiaci mali na riešenie úloh 4 hodiny čistého času. Za každú úlohu môže súťažiaci získať 6 bodov. Úspešným riešiteľom je ten žiak, ktorý získa 10 alebo viac bodov. Počas súťaže nie je dovolené použiť kalkulačky ani žiadne iné elektronické prístroje a žiadne písomné materiály. Tieto údaje sa žiakom oznámia pred začiatkom súťaže.

Riešenia úloh budú v deň súťaže od 14:00 dostupné na internetových adresách [www.olympiady.sk](http://www.olympiady.sk) a [skmo.sk](http://skmo.sk).

Učitelia pošlú opravené riešenia školských kôl aj s výsledkovou listinou predsedom KKMO alebo nimi poverenej osobe do 15. februára.

---

Slovenská komisia MO, KMANM FMFI UK, Mlynská dolina, 842 48 Bratislava

Autori: Patrik Bak, Vojtech Bálint, Pavel Calábek, Šárka Gergelitsová, Karel Horák, Radek Horenský, Tomáš Jurík, Aleš Kobza, Ján Mazák, Peter Novotný, Martin Panák, Michal Rolínek, Jaromír Šimša, Jaroslav Švrček, Josef Tkadlec, Jaroslav Zhouf

Recenzenti: Patrik Bak, Vojtech Bálint, Tomáš Jurík, Ján Mazák, Peter Novotný

Redakčná úprava: Peter Novotný

Vydal: IUVENTA – Slovenský inštitút mládeže, Bratislava 2018