

60. ročník Fyzikálnej olympiády

v školskom roku 2018/2019

kategória D – domáce kolo

Texty úloh

1. Brzdenie automobilu

Jedným z pravidiel bezpečnej jazdy s automobilom je dodržiavanie bezpečnej vzdialenosti od vozidla pred sebou, aby vozidlo idúce za druhým stihlo zastaviť, ak začne prudko brzdiť vozidlo vpredu. Nepísané pravidlo je, že vozidlo idúce vzadu má udržiavať za vozidlom pred ním vzdialenosť rovnú dráhe, ktorú prejde za čas 2 s (tzv. „pravidlo dvoch sekúnd“). Do tohto času sa započítava reakčná doba vodiča (0,5 až 1,0 s) a čas na zabrzdzenie, pre ktorý však treba brať do úvahy i meteorologické pomery, stav povrchu vozovky a kvalitu pneumatík. V tejto úlohe si urobte predstavu, pri akej minimálnej vzdialenosti vozidiel sa dá zabrániť zrážke.

Po vodorovnom a priamom úseku diaľnice s betónovým povrchom idú za sebou s rovnakými rýchlosťami v a vo vzájomnej vzdialenosti d , medzi predným nárazníkom zadného automobilu a zadným nárazníkom predného, dva automobily. Prvý automobil A idúci vpredu je schopný vyvinúť maximálnu brzdiacu silu $F_A = f_A F_{GA}$, druhý automobil B idúci za ním brzdiacu silu $F_B = f_B F_{GB}$, kde F_{GA} , F_{GB} predstavujú tiaž vozidiel a f_A , f_B faktory statického trenia. Vodič predného automobilu A zbadá prekážku a začne prudko brzdiť s maximálnym spomalením až do zastavenia. Vodič zadného automobilu B zareaguje za reakčnú dobu Δt a začne tiež brzdiť s maximálnym spomalením, až kým nezastaví.

- Určte veľkosti a_A , a_B maximálneho spomalenia automobilov počas brzdenia.
- Určte vzdialenosť d_{2s} zodpovedajúcu „pravidlu času dvoch sekúnd“ pri stálych rýchlostiach $v_1 = 90 \text{ km}\cdot\text{h}^{-1}$ a $v_2 = 130 \text{ km}\cdot\text{h}^{-1}$, ak automobily nebrzdia.
- Predpokladajte reakčný čas $\Delta t = 0,70 \text{ s}$ vodiča automobilu B. Nakreslite náčrtok oboch automobilov na vozovke v čase $t = 0 \text{ s}$. Zostrojte spoločný graf súradníc x_A , x_B oboch automobilov ako funkciu času t a spoločný graf rýchlostí v_A , v_B oboch automobilov ako funkciu času t od začiatku brzdenia ($t = 0 \text{ s}$) automobilu A až po zastavenie oboch automobilov alebo do okamihu ich zrážky. Začiatok súradníc zvolte $x_B = 0 \text{ m}$ v čase $t = 0 \text{ s}$.

Grafy zostrojte pre tri prípady:

- $f_A = 0,90$, $f_B = 0,80$ (suchý betón), $v = 130 \text{ km}\cdot\text{h}^{-1}$, $d = d_{2s}$,
 - $f_A = 0,90$, $f_B = 0,60$ (suchý betón), $v = 130 \text{ km}\cdot\text{h}^{-1}$, $d = 35 \text{ m}$,
 - $f_A = 0,40$, $f_B = 0,30$ (mokrý asfalt), $v = 90 \text{ km}\cdot\text{h}^{-1}$, $d = d_{2s}$.
- Z grafu určte, či sa podarí v jednotlivých prípadoch zabrániť nárazu automobilu B do automobilu A. Ak dôjde k zrážke, určte čo najpresnejšie čas t_z zrážky a určte výpočtom vzájomnú rýchlosť Δv pohybu vozidiel v okamihu zrážky. Hodnotu Δv získanú výpočtom porovnajte s hodnotou získanou z grafu rýchlosti.

Tiažové zrýchlenie $g = 9,8 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$. Odpor vzduchu neuvažujte.

2. Mince na stole

Príčinou zmeny pohybového stavu je vzájomné pôsobenie telies, ktoré opisuje fyzikálna veličina sila. Vzájomné pôsobenie telies má dvojaký účinok – jednak pohybový, udeľuje telesám zrýchlenie, jednak deformačný, spôsobuje pružnú alebo nepružnú deformáciu, prípadne deštrukciu telies.

Jedným z mechanických dejov sú zrážky telies.

- a) Uveďte najmenej päť príkladov zrážok telies, ktoré sa uplatňujú v mikrosvete, makrosvete a megasvete. Uveďte niekoľko príkladov, aké fyzikálne dôsledky majú zrážky telies, resp. častíc.

Študenti urobili jednoduchý experiment na overenie priebehu zrážok. Použili vodorovnú štvorcovú dosku stola s hladkým povrchom so stranou $2d = 80$ cm a sadu mincí: 2×20 centov, 2×1 euro, 2×2 eurá.

- b) Vyhl'adajte základné parametre (hmotnosť, priemer a výšku) uvedených mincí.

Vo všetkých prípadoch (úloha c) do stredu stola vždy postavili mincu A s hodnotou 1 €. Zo stredu strany stola k nej vystrelili najprv mincu B v smere presne na jej stred a sledovali výsledok zrážky mincí. Potom pokus opakovali s mincou B, mincou C a mincou D. Faktor dynamického trenia $f = 0,15$ pri pohybe po povrchu stola bol rovnaký pre všetky mince.

- c) Nakreslite jednoduchý obrázok experimentu a odvoďte vzťahy pre stredovú zrážku mincí. Zrážky mincí považujte za dokonale pružné. Potom riešte nasledujúce prípady.

- c1) Určte začiatočnú rýchlosť v_{01} mince B, ak sa po zrážke s mincou A v strede stola vrátila s nulovou rýchlosťou do bodu, z ktorého bola vystrelená. Akú nominálnu hodnotu mala minca B? Zistite, či minca A zostane na stole alebo zo stola spadne. Ak zostane na stole, určte vzdialenosť d_1 od stredu stola, v ktorej zastaví. Ak spadne zo stola, určte rýchlosť v_{A1} , ktorú mala minca A pri prechode stredom protiľahlej strany stola.
- c2) Určte začiatočnú rýchlosť v_{02} mince B, ak sa po zrážke s mincou A zastavila minca A v strede protiľahlej strany stola. Určte vzdialenosť d_2 od stredu stola, v ktorej sa zastaví minca B po náraze do mince A.
- c3) Určte začiatočnú rýchlosť v_{03} mince C, ak sa minca C po zrážke s mincou A v strede stola zastaví a minca A sa zastaví v strede protiľahlej strany stola. Akú nominálnu hodnotu mala minca C?
- c4) Určte rýchlosť v_{04} mince D, ak sa po náraze do mince A v strede stola zastaví v strede protiľahlej strany stola. Aká je nominálna hodnota mince D? Určte rýchlosť v_{A2} , ktorú mala minca A pri prechode stredom protiľahlej strany stola.

Rozmery mincí neuvažujte, mince považujte za hmotné body. Tiažové zrýchlenie $g = 9,8 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$.

3. Hod loptičkou

Dvaja chlapci si chceli experimentom overiť vedomosti o šikmom vrhu, o ktorom sa učili v škole. Chlapec A stál na vodorovnom chodníku pred bytovkou, chlapec B stál na balkóne bytu na 2. poschodí vo vodorovnej vzdialenosti $d = 15$ m od chlapca A vo výške $h = 5,0$ m nad chodníkom. Chlapec A vyhodil loptičku šikmo hore v zvislej rovine rovnobežnej s priečelím bytovky tak, aby loptička preletela blízko povedľa chlapca B, čo sa mu aj podarilo. Chlapec B na balkóne odmeral čas $t_1 = 2,1$ s letu loptičky od okamihu vrhu až po okamih, v ktorom loptička prechádzala tesne vedľa neho.

- Nakreslite obrázok približnej trajektórie loptičky a napíšte základné rovnice šikmého vrhu.
- Určte maximálnu výšku H nad chodníkom, ktorú loptička dosiahla počas svojho letu. Určte, či loptička letela okolo chlapca B na balkóne počas stúpania alebo klesania po jej trajektórii.
- Určte rýchlosť v_0 , ktorou chlapec A hodil loptičku.
- Určte uhol α , pod ktorým chlapec A loptičku vyhodil.
- Určte vzdialenosť D miesta dopadu loptičky na chodník od chlapca A.

Úlohu riešte všeobecne a potom pre hodnoty: tiažové zrýchlenie $g = 9,8 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$.

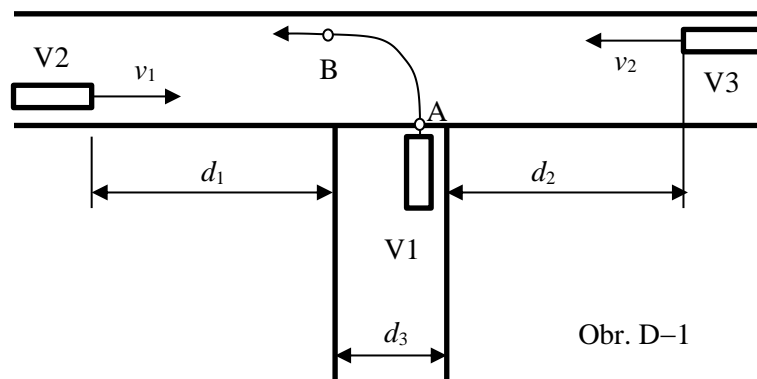
Odpor vzduchu a telesnú výšku chlapcov v riešení úloh neuvažujte.

4. Prejazd automobilov križovatkou

V súčasnej intenzívnej cestnej doprave býva problém vyjsť z vedľajšej cesty na hlavnú, najmä ak ide na hlavnej ceste kontinuálny prúd vozidiel v oboch smeroch. Skúsenejší vodič vie odhadnúť, či vzdialenosti vozidiel prichádzajúcich zľava i sprava sú dostatočné na bezpečné vojsenie do križovatky.

Predpokladajte, že vodič automobilu V1 s dĺžkou $l = 4,3$ m, ktorý je na vedľajšej ceste so šírkou $d_3 = 11$ m, prejde z bodu A na hranici križovatky do bodu B na úrovni ľavého okraja vedľajšej cesty, obr. D-1, za dobu $\Delta t = 2,0$ s. Ďalej sa automobil V1 pohybuje rovnomerne zrýchleným pohybom s maximálnym zrýchlením a_m až po dosiahnutie rýchlosti $v_m = 50 \text{ km/h}$. Z akcelerácie automobilu V1 vieme, že pri maximálnom zrýchlení a_m dosiahne zo stavu pokoja rýchlosť $v_m = 100 \text{ km/h}$ na dráhe $d_m = 125$ m.

Automobily V2 a V3 na hlavnej ceste sa pohybujú rovnomerne rýchlosťou $v_1 = v_2 = 50 \text{ km/h}$.



- Určte maximálne zrýchlenie a_m automobilu V1.
- Určte rýchlosť v_{B1} automobilu V1 v bode B, ktorú dosiahne pohybom s konštantným tangenciálnym zrýchlením za čas $t_1 = 4,5$ s zo začiatočného stavu z pokoja pri vjazde do križovatky. Trajektória AB v tvare kružnicového oblúka má dĺžku $s_1 = 13$ m.

- c) Zistite, či automobil V1 nedostane pri vjazde na hlavnú cestu šmyk, ak faktor trenia medzi kolesami a vozovkou $f_1 = 0,80$. Predpokladajte, že tiažová sila pôsobiaca na automobil je rozložená na všetky kolesá rovnomerne a poháňané sú iba predné kolesá.
- d) Za aký najkratší čas t_2 môže prejsť automobil V1 z bodu A do bodu B v prípade klzkej vozovky, na ktorej je faktor trenia medzi kolesami a vozovkou $f_2 = 0,25$, aby nedostal šmyk? Akú rýchlosť v_{B2} automobil v takom prípade dosiahne?

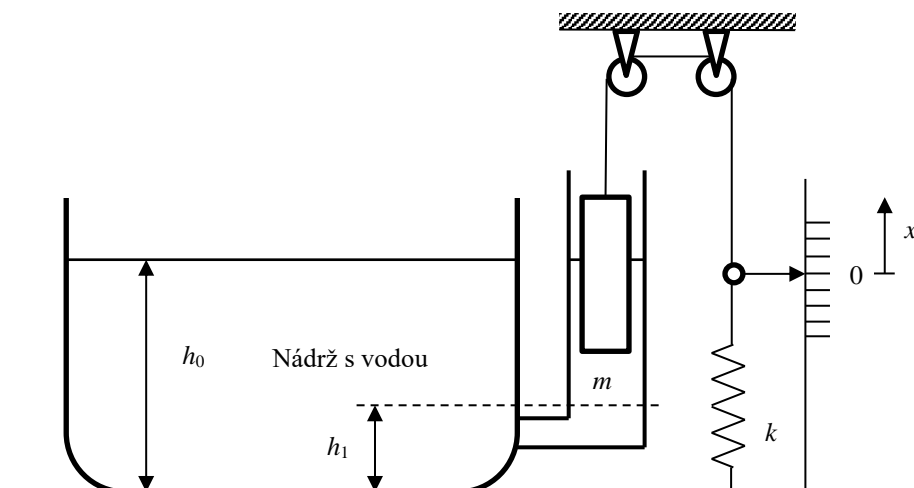
Vjazd automobilu V1 do križovatky považujeme za bezpečný, ak v okamihu, keď automobil V1 dosiahne bod B, bola vzdialenosť d_1 automobilu V2 od okraja križovatky najmenej $d_4 = 10$ m a aby vzdialenosť medzi zadným okrajom automobilu V1 a predným okrajom automobilu V3 bola najmenej $d_4 = 10$ m.

- e) Určte bezpečné vzdialenosti d_{10} automobilu V2 a d_{20} automobilu V3 od križovatky (pozrite obr. D–1) v okamihu, keď automobil V1 začne vchádzať do križovatky v bode A, aby automobil V1 neobmedzil pohyb automobilov V2 a V3 po hlavnej ceste, tzn. nedonútil ich brzdiť, a aby bol vjazd automobilu V1 na hlavnú cestu bol bezpečný.
- f) Aké by boli výsledky časti e), ak by bola vozovka klzká ako v časti d) úlohy?

Úlohy riešte všeobecne a potom pre dané hodnoty. Tiažové zrýchlenie $g = 9,8 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$.

5. Meranie úrovne voľnej hladiny vody v nádrži

Na obr. D–5 je znázornený systém sledovania úrovne voľnej hladiny vody v nádrži. Z nádrže je vyvedená meracia trubica. Do vody v trubici je zavesený hliníkový valec s hmotnosťou $m = 100$ g a výškou $H = 10$ cm na vlákne, ktoré je vedené cez dve kladky a pripevnené k pružine s tuhosťou k . Na vlákne je upevnená ručička hladinomera. Jej výchylka x na stupnici indikuje stav hladiny vody v nádrži. Pri normálnej výške voľnej hladiny $h_0 = 1,2$ m ručička indikuje nulovú hodnotu.



Obr. D–5

Keď výška hladiny vody v nádrži klesne na minimálnu hodnotu $h_1 = 40$ cm, valec sa práve celý vynorí z vody, pričom sa dotýka voľnej hladiny vody a nedotýka sa dna trubice. Ručička pritom ukazuje výchylku $x_1 = 50$ mm.

- Určte priemer d hliníkového valca.
- Určte tuhosť k pružiny.
- Dokážte, že výchylka x ručičky je lineárnou funkciou poklesu výšky hladiny o Δh z hodnoty h_0 v celom rozsahu $0 \leq x \leq x_1$, a určte pomer (konštantu prístroja) $p = x/\Delta h$.

Úlohu riešte všeobecne a potom pre dané hodnoty, tiažové zrýchlenie $g = 9,8 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$, hustota vody $\rho_v = 1\,000 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$, hustota hliníka $\rho_{Al} = 2\,700 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$. Tiažovú silu pôsobiacu na vlákno s ručičkou a na pružinu neuvažujte.

6. Stretnutie telies na obežnej trajektórii Mesiaca

Okolo Mesiaca obieha po kružnicovej trajektórii vo výške $h = 50$ km nad povrchom Mesiaca sonda S. Z povrchu Mesiaca treba vystreliť malý kontajner K tak, aby sa stretol so sondou na obežnej trajektórii. Dôležité je, aby pri stretnutí bola relatívna rýchlosť kontajneru a sondy čo najmenšia. Realizuje sa to tak, že kontajner sa vystrelí rovnobežne s povrchom Mesiaca v rovine a smere obiehania sondy.

- Určte rýchlosť v_s sondy S a dobu T_s jej obehu okolo Mesiaca.
- Určte najmenšiu začiatočnú rýchlosť v_1 kontajneru K, aby sa stretol so sondou na jej obežnej trajektórii, a rýchlosť v_2 kontajneru v okamihu stretnutia telies. Určte relatívnu rýchlosť $\Delta v = v_2 - v_s$ v okamihu stretnutia. Pohyb telies znázornite na obrázku.
- Určte čas $\Delta t = t_1 - t_0$, kde t_1 je čas vypustenia kontajneru a t_0 čas prechodu sondy bodom C nad miestom A vypustenia kontajneru, aby sa telesá na obežnej trajektórii sondy stretli. Určte čas t_k od vypustenia kontajneru, za ktorý sa telesá stretnú.

Úlohu riešte všeobecne a potom pre hodnoty: hmotnosť Mesiaca $M = 7,35 \times 10^{22}$ kg, polomer Mesiaca $R = 1\,738$ km, Newtonova gravitačná konštanta $G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ N}\cdot\text{m}^2\cdot\text{kg}^{-2}$.

Vplyv okolitých telies a pohyb Mesiaca neuvažujte.

7. Skúmanie odporu vzduchu pri voľnom páde rôznych – experimentálna úloha

Úloha:

Vyšetrovanie odporu vzduchu telies rôznych tvarov a hmotností pri voľnom páde.

Pomôcky:

Dĺžkové meradlo, fotoaparát s videozáznamom alebo videokamera, váhy, telesá podľa návodu.

Postup:

- Na meranie vplyvu odporu vzduchu na pohyb padajúceho telesa použijeme veľmi ľahké malé teleso. Odporúča sa teleso približne v tvare gule, valca alebo kocky z penového polystyrénu s rozmermi približne 2 cm (priemer, strana, výška a pod.). Tvar telesa môžete upraviť nožom, presný tvar nie je podstatný. Pre porovnanie použite teleso približne s rovnakými rozmermi z materiálu s veľkou hustotou (kovové alebo platové guľky, valčeky, kameň a pod.).
- Určte čo najpresnejšie hmotnosti telies vážením na laboratórnych váhach.

- c) Telieska spúšťajte voľným pádom z výšky okolo $h = 2$ m.
- d) Vedľa trajektórie pádu telieska pridržte alebo upevnite dĺžkové meradlo (pásové meradlo) na meranie dráhy pádu.
- e) Pomocou fotoaparátu (videokamery) nahrajte pád telesa. Súbor videa uložte do počítača. Vo vlastnostiach súboru nájdete informáciu o počte snímok za sekundu (fps – frames per second). Zvyčajne je to 24 fps, tzn. čas opakovania snímok je $\Delta t = 1/24$ s. Na analýzu záznamu použite editor videa (movie editor). Ak ho v počítači nemáte, možno inštalovať free verziu vhodného programu (napr. Wondershare Filmora). Editor umožňuje prezerat' záznam po jednotlivých snímkach.
- f) Analyzujte pád ľahkého polystyrénového telesa, ťažkého telesa tak, že po jednotlivých snímkach určíte z dĺžkového meradla na monitore dráhu telesa. Časy t_i a prekonanú dráhu s_i zapíšte pre každé teleso do tabuľky (pád trvá do 1 s, tzn. získate okolo 20 záznamov).
- g) Do ďalšieho stĺpca oboch tabuliek vypočítajte rýchlosti $v_i = (s_i - s_{i-1})/(t_i - t_{i-1})$. V ďalšom stĺpci zapíšte zrýchlenie $a_i = (v_i - v_{i-1})/(t_i - t_{i-1})$.
- h) Z dát uvedených v tabuľkách zostrojte grafy dráhy $s = f_1(t)$ a rýchlosti $v = f_2(t)$ ako funkcie času t . Do obrázkov pre obidve telesá nakreslite teoretické krivky pre voľný pád dráhu $s = \frac{1}{2} g t^2$ a okamžitú rýchlosť $v = g t$. Posúďte, v ktorom prípade možno odpor vzduchu zanedbať a v ktorom prípade je vplyv odporu vzduchu podstatný.
- i) Zostrojte graf výslednej sily $F = f_4(v)$ pôsobiacej na teleso ako funkciu rýchlosti v pohybu. Silu možno vyjadriť teoretickým vzťahom $F = F_k - a v^n$, kde F_k je konštantná zložka a a, n sú konštanty. Na základe analýzy grafu určte hodnoty F_k, a, n . Hodnotu F_k v oboch prípadoch porovnajte s hodnotu $F_g = m g$.

Pozn.: Pri analýze grafov sa často využíva metóda linearizácie funkcie. Ak zostrojíte funkciu $F(v)$, zistíte, že pre malé hodnoty rýchlosti v sa blíži hodnota funkcie $F(v)$ k hodnote F_k . Potom skúmajte funkciu $F - F_k = a v^n$. Po logaritmovaní tejto funkcie dostaneme $\log \{F - F_k\} = \log \{a\} + n \log \{v\}$. Substitúciou nových premenných dostaneme nové súradnice $y = \log \{F - F_k\}$ a $x = \log \{v\}$, Funkcia $y = f(x)$ jje lineárna a jej grafom je priamka $y = A + n x$. Zostrojte príslušný graf funkcie $y = f(x)$ a do grafu zakreslite trendovú priamku. Z tejto priamky určte hodnoty n a A , resp. $a = 10^A$.

60. ročník Fyzikálnej olympiády – Úlohy domáceho kola kategórie D

Autori návrhov úloh: Eubomír Konrád (1-3), Ivo Čáp (4 -7)

Recenzia a úprava úloh a riešení: Daniel Klivanec, Eubomír Mucha

Redakcia: Ivo Čáp

Vydal: Slovenská komisia fyzikálnej olympiády

IUVENTA – Slovenský inštitút mládeže, Bratislava 2019